

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

*В. А. Котельников, В. М. Дубровин, В. А. Морозов, О. Н. Ржига,
А. М. Шаховской*

Радиотехника и электроника, № 7, 1958

Рассмотрен вопрос использования эффекта Доплера для определения параметров траектории искусственных спутников Земли (время максимального приближения к приемному пункту и соответствующие ему скорость и наклонная дальность). Дана методика определения этих параметров при аппроксимации орбиты касательной; оценены вытекающие из этого ошибки.

В экспериментальной части приведены результаты, полученные после обработки кривых изменения принимаемой частоты первого и второго советских спутников Земли. Показана возможность повышения точности измерения параметров.

Введение

При приеме электромагнитных колебаний, излучаемых передатчиком на искусственном спутнике Земли, смещение частоты из-за эффекта Доплера, вследствие большой скорости спутника, происходит в значительных пределах. Смещение принимаемой частоты зависит от радиальной скорости спутника и может быть использовано для определения момента времени, когда спутник находится на минимальном расстоянии от пункта приема и соответствующих этому моменту наклонной дальности и скорости.

1. Изменение принимаемой частоты при равномерном прямолинейном движении передатчика

В качестве первого приближения реальную орбиту в зоне прямой видимости можно заменить прямой, касающейся орбиты в точке B максимального приближения передатчика к пункту приема, и рассматривать равномерное прямолинейное движение со средней скоростью v_n . В этом случае все изменения радиуса-вектора $r = \overrightarrow{OA}$ ограничиваются

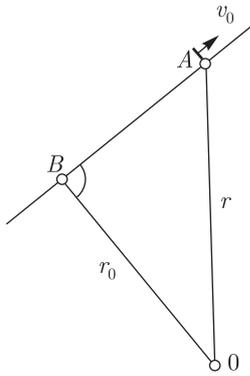


Рис. 1. Изменение радиуса-вектора при прямолинейном движении передатчика

одной плоскостью, проходящей через точку O , в которой производится прием, и прямую движения (рис. 1).

Как следует из рисунка,

$$r = \sqrt{r_0^2 + v_0^2 \Delta t^2}, \quad (1)$$

где $\Delta t = t - t_0$, t_0 — момент прохождения точки B , а $r_0 = \overline{OB}$ — соответствующая этому моменту наклонная дальность.

Смещение принимаемой частоты вследствие эффекта Доплера равно

$$\Delta F = -\frac{1}{\lambda} \frac{dr}{dt} = -\frac{v_0}{\lambda} \frac{\Delta t}{\sqrt{\Delta t^2 + \left(\frac{r_0}{v_0}\right)^2}}. \quad (2)$$

На графиках рис. 2 и 3 построен ряд кривых, рассчитанных по формуле (2), для длины волны излучаемого колебания $\lambda = 7,5$ м (ча-

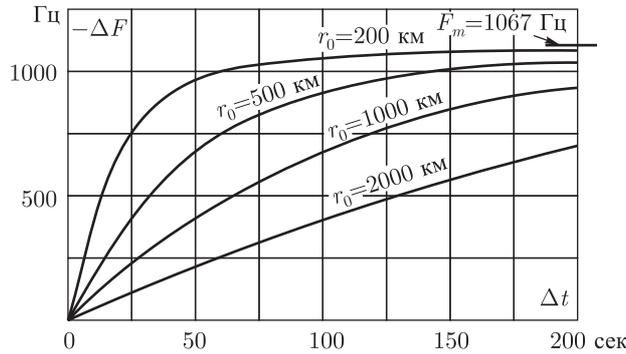


Рис. 2. Изменение принимаемой частоты в зависимости от минимального расстояния между передатчиком и приемником ($v_0 = 8000$ м/сек; $f_0 = 40$ МГц)

стота $f_0 = 40$ МГц) для различных значений r_0 и v_0 . Недостающие ветви для отрицательных значений Δt располагаются симметрично относительно точки $\Delta t = 0$. На этих графиках отмечены асимптотические значения $F_m = v_0/\lambda$, к которым стремится смещение частоты при неограниченном удалении передатчика.

2. Определение времени максимального приближения

Момент времени t_0 , соответствующий максимальному приближению передатчика к пункту приема, легко фиксировать, если известно истинное значение излучаемой частоты, поскольку в этот момент сме-

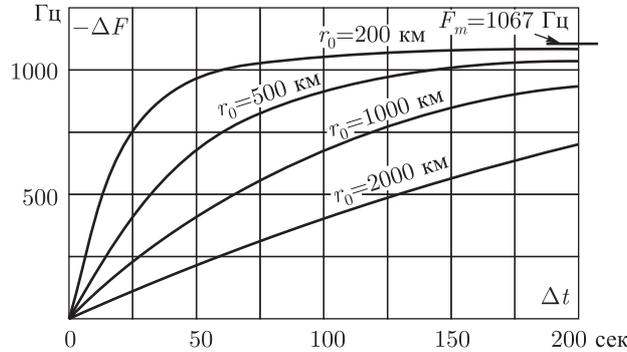


Рис. 3. Изменение принимаемой частоты в зависимости от скорости движения передатчика ($r_0 = 500$ км; $f_0 = 40$ МГц)

шение частоты $\Delta F = 0$. Оценим, исходя из допустимой погрешности δt определения времени максимального приближения t_0 , с какой точностью необходимо знать на приемном пункте частоту передатчика. Дифференцируя выражение (2), получим вблизи точки $\Delta t = 0$

$$\delta F = \frac{1}{\lambda} \frac{v_0^2}{r_0} \delta t. \quad (3)$$

Частота передатчика f_0 , следовательно, должна быть известна с точностью не хуже

$$\frac{\delta f_0}{f_0} = \frac{\delta F}{f_0} = \frac{1}{c} \frac{v_0^2}{r_0} \delta t. \quad (4)$$

Так при $v_0 = 8000$ м/сек и $r_0 = 200$ км, если потребовать точность в определении t_0 порядка 0,1 сек, частоту передатчика нужно знать с точностью не хуже 10^{-7} . При бóльших наклонных дальностях эти требования соответственно возрастают.

Для определения момента t_0 , когда истинное значение излучаемой частоты точно неизвестно, можно воспользоваться свойствами симметрии кривой по формуле (2). Для этого проводится секущая (рис. 4), положение которой подбирается так, чтобы отрезки 1-0 и 0-1', определяемые ходом кривой изменения частоты, были бы равны друг другу. В результате построения получается точка 0, которая соответствует моменту t_0 , так как обе ветви кривой располагаются относительно нее симметрично. Этот метод использует центральную область кривой изменения частоты, где уменьшается влияние факторов случайного характера (помехи, медленный уход частоты передатчика), и позволяет поэтому более точно определить время максимального приближения. Точность определения t_0 повышается, если проводить ряд секущих с разным наклоном и брать среднее значение.

При задании кривой изменения частоты в форме табличных значений времени t и частоты F точку t_0 можно определять, не прибегая

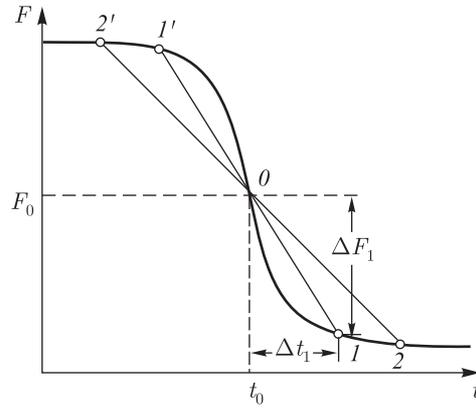


Рис. 4. Определение времени максимального приближения t_0

к графическому построению. С этой целью кривая на тех участках, где она пересекается секущей, заменяется отрезками прямых

$$F = at + b, \tag{5}$$

$$F = ct + d, \tag{6}$$

проходящих через две близлежащие точки кривой: 2 и 3 и соответственно 4 и 5 (рис. 5). Коэффициенты a, b, c, d равны:

$$a = \frac{F_3 - F_2}{t_3 - t_2}, \quad b = \frac{t_3 F_2 - t_2 F_3}{t_3 - t_2}, \tag{7}$$

$$c = \frac{F_5 - F_4}{t_5 - t_4}, \quad d = \frac{t_5 F_4 - t_4 F_5}{t_5 - t_4}. \tag{8}$$

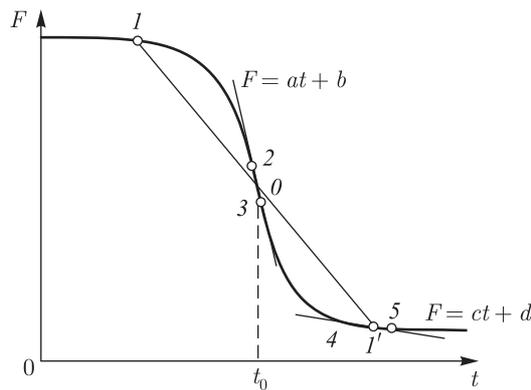


Рис. 5. Применение линейной интерполяции при определении t_0

Тогда точка t_0 , определяемая как середина секущей между точкой 1 и отрезком 4–5, находится из выражения

$$t_0 = \frac{d - 2b + F_1 - ct_1}{2(a - c)}. \quad (9)$$

Более высокая точность определения t_0 получается при замене кривой на участке 4–5 параболой.

После определения момента t_0 можно, не зная частоты передатчика, находить смещение частоты ΔF .

3. Определение скорости движения и наклонной дальности

Крутизна изменения принимаемой частоты зависит от относительного положения передатчика и приемника и достигает своего максимального значения, равного $-\frac{1}{\lambda} \frac{v_0^2}{r_0}$ в момент $t = t_0$. Поэтому, если известна скорость движения v_0 (например, из предварительных расчетов орбиты спутника), то, определив наклон касательной F' к кривой изменения частоты в точке максимальной крутизны, найдем расстояние до траектории

$$r_0 = \frac{1}{\lambda} \frac{v_0^2}{-F'}. \quad (10)$$

Более детальная обработка кривой изменения частоты позволяет вместе с r_0 определить также и v_0 . Действительно, возведением в квадрат и группировкой членов выражение (2) приводится к виду

$$\frac{v_0^2}{\lambda^2} \left(\frac{\Delta t^2}{\Delta F^2} \right) - \Delta t^2 = \frac{r_0^2}{v_0^2}. \quad (11)$$

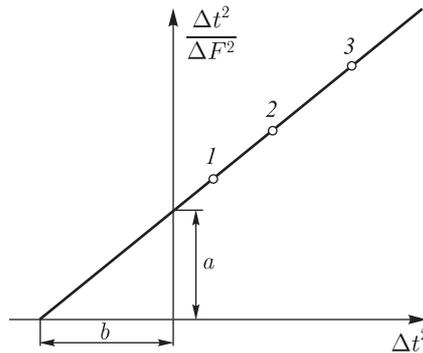


Рис. 6.

Полученная зависимость в координатах Δt^2 и $\Delta t^2/\Delta F^2$ соответствует некоторой прямой, определяемой параметрами v_0 , r_0 и λ (рис. 6).

В силу уравнения (11), все точки кривой рис. 4 в новых переменных оказываются на одной прямой. Эта прямая отсекает на осях координат отрезки a и b , которые, как следует из этого уравнения, равны:

$$a = \frac{\Delta t^2}{\Delta F^2} \Big|_{\Delta t^2=0} = \lambda^2 \frac{r_0^2}{v_0^4}, \quad (12)$$

$$b = -\Delta t^2 \Big|_{\frac{\Delta t^2}{\Delta F^2}=0} = \frac{r_0^2}{v_0^2}, \quad (13)$$

откуда находим

$$v_0 = \lambda \sqrt{\frac{b}{a}}, \quad (14)$$

$$r_0 = v_0 \sqrt{b} = \lambda \frac{b}{\sqrt{a}}. \quad (15)$$

Графический метод определения величин a и b имеет некоторое преимущество перед аналитическим благодаря своей наглядности, позволяющей, в частности, быстро судить о порядке возможных ошибок.

4. Изменение принимаемой частоты при равномерно-ускоренном прямолинейном движении передатчика

При равномерно-ускоренном прямолинейном движении с постоянным ускорением a_0 расстояние между передатчиком и приемником равно

$$r = \sqrt{r_0^2 - \left(v_0 \Delta t + a_0 \frac{\Delta t^2}{2} \right)^2}, \quad (16)$$

где v_0 — величина скорости в момент максимального приближения, а смещение принимаемой частоты

$$\Delta F = -\frac{1}{\lambda} \frac{dr}{dt} = -\frac{v_0}{\lambda} \frac{\Delta t + \frac{3}{2} \frac{a_0}{v_0} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{a_0^2}{v_0^2} \Delta t^2}{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{2} \frac{a_0}{v_0} \Delta t \right)^2 \Delta t^2 + \left(\frac{r_0}{v_0} \right)^2}} \Delta t. \quad (17)$$

Принимая во внимание малость отношения a_0/v_0 (для второго спутника максимальное ускорение на орбите не превышало 1 м/сек² и было еще меньше для первого), выражение (17) для не очень больших Δt , соответствующих зоне прямой видимости, можно переписать в виде

$$\Delta F \simeq -\frac{v_0}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\Delta t^2 + \left(\frac{r_0}{v_0} \right)^2}} \left[\Delta t + \frac{1}{2} \frac{a_0}{v_0} \Delta t^2 \left(3 - \frac{\Delta t^2}{\Delta t^2 + \left(\frac{r_0}{v_0} \right)^2} \right) \right]. \quad (18)$$

Как и в случае равномерного движения (2), при движении с постоянным ускорением смещение принимаемой частоты в момент $\Delta t = 0$ проходит через нуль, однако кривая принимаемой частоты искажается и перестает быть симметричной (рис. 7). Вследствие этого при определении времени максимального приближения описанным ранее методом возникает некоторая ошибка δt , которая будет тем существеннее, чем больше отношение a_0/v_0 и чем положе идет секущая. Определяя t_0 при разных наклонах секущей, можно обнаружить наличие этой ошибки.

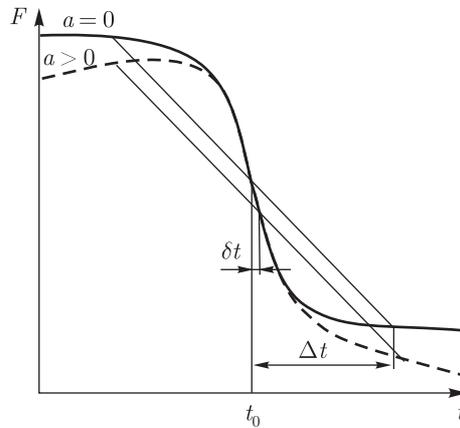


Рис. 7. Искажение кривой изменения частоты под влиянием постоянного ускорения

На рис. 8 построены графики ошибок δt в определении момента t_0 в функции величины Δt (проекция отрезка секущей на горизонтальную ось) для $v_0 = 8000$ м/сек и $a_0 = 1$ м/сек². В точках орбиты, расположенных вблизи апогея или перигея, где ускорение близко к нулю, эта ошибка будет соответственно меньше.

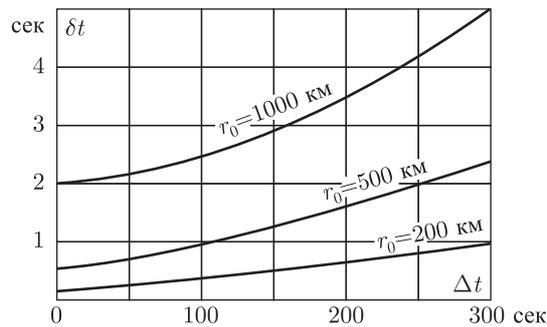


Рис. 8. Влияние ускорения на определение t_0 ($v_0 = 8000$ м/сек, $a_0 = 1$ м/сек²)

где $\Delta t = t - t_0$, откуда

$$\Delta F = -\frac{1}{\lambda} \frac{dr}{dt} = -\frac{v_0}{\lambda} \frac{(R_0 - r_0) \sin \Theta}{\sqrt{2R_0(R_0 - r_0)(1 - \cos \Theta) + r_0^2}}. \quad (22)$$

В зоне прямой видимости угол θ оказывается небольшим и, поскольку $r_0/R_0 \ll 1$, тригонометрические функции могут быть заменены

$$\sin \Theta \simeq \Theta, \quad \cos \Theta \simeq 1 - \frac{\Theta^2}{2}.$$

Тогда

$$\Delta F \simeq -\frac{v_0}{\lambda} \sqrt{\frac{R_0 - r_0}{R_0}} \frac{\Delta t}{\sqrt{\Delta t^2 + \left(\frac{r_0}{v_0}\right)^2 \frac{R_0}{R_0 - r_0}}}. \quad (23)$$

Сравнивая (23) и (2), можно заключить, что закон изменения принимаемой частоты для круговой траектории вблизи $\Delta t = 0$ тот же, что и для линейной траектории, но в формулу (23) для круговой аппроксимации входит не вся скорость движения v_0 , а ее приуменьшенное значение

$$v_0 \sqrt{\frac{R_0 - r_0}{R_0}} \simeq v_0 \left(1 - \frac{r_0}{2R_0}\right). \quad (24)$$

Поэтому методика определения параметров t_0 , v_0 и r_0 , разработанная для линейной траектории движения, может быть использована и в случае круговой и эллиптической орбит в окрестности точки максимального приближения. Следует учитывать, однако, что найденное значение скорости будет занижено против истинной и тем больше, чем больше наклонная дальность r_0 для максимального приближения.

6. Аппаратура и методика эксперимента

Экспериментальная проверка возможности определения параметров орбиты по эффекту Доплера проводилась в ИРЭ АН СССР при использовании сигналов первого и второго искусственных спутников Земли. Для повышения точности наблюдения велись за сигналом на частоте 40002 кГц, который в меньшей степени подвержен влиянию ионосферы, и где эффект Доплера выражен сильнее.

Был изготовлен простейший конвертер, рассчитанный на работу в диапазоне 40 МГц совместно с профессиональным коротковолновым приемником типа Р-250. Приемной антенной служил полуволновый диполь, установленный на высоте, равной четверти длины волны, над крышей здания и ориентированный по меридиану.

На вход конвертера подавались также колебания кварцевого калибратора КК-6. Избирательной системой приемника выделялась вместе с принятым колебанием 32-я гармоника калибратора на частоте 40 000 кГц, которая использовалась в качестве стабильного по частоте

эталонного колебания. Полученные в результате совместного детектирования этих колебаний низкочастотные биения записывались на магнитную ленту магнитофоном типа МАГ-8М¹⁾. Полоса пропускания приемника по промежуточной и низкой частотам устанавливалась равной 3 кГц.

Основные наблюдения проводились в то время, когда передатчик излучал неманипулированное колебание. Для компенсации частых замираний, вызываемых вращением корпуса спутника, прием велся с автоматической регулировкой усиления. Мощность излучения передатчиков спутников обеспечивала при высоком уровне помех в центре Москвы уверенный прием сигнала в пределах всей зоны прямой видимости. На дальностях до 700–1000 км сила сигнала была достаточной, чтобы его замирания практически полностью компенсировались действием системы АРУ. Всего и течение суток можно было наблюдать 6–7 последовательных проходов спутника в зоне прямой видимости.

Привязка магнитных записей во времени производилась перед началом и в конце сеанса через микрофон — голосом по секундомеру; позднее для этой цели был приспособлен печатающий хронограф типа 21-П. В конце каждого часа во время наблюдения проверялась точность хода хронографа по радиосигналам. Как показала такая проверка, разница в показаниях хронографа от часа к часу не превышает 0,01 сек.

Обработка магнитных записей с эффектом Доплера производилась сравнением на экране осциллографа принятых колебаний с колебаниями генератора низкой частоты 101-И. В момент равенства частот, о чем можно было судить по эллипсу на экране, оператор, используя секундомер или хронограф, делал отметку времени. Затем генератор перестраивался на 100 Гц ниже по диапазону, и в момент нового совпадения частот производилась следующая отметка.

На основании полученных данных строились кривые изменения принимаемой частоты в зависимости от времени. На рис. 10 приведена типичная кривая изменения частоты во время сеанса 10 октября 1957 г.

Параметры орбиты t_0 , r_0 и v_0 определялись графически согласно методике, изложенной в §§ 2 и 3. При построении оказалось, что, ввиду кривизны орбиты, точки кривой изменения частоты образуют в новых координатах (Δt^2 , $\Delta t^2/\Delta F^2$) вместо прямой линии некоторую параболу. Однако при небольших значениях Δt^2 параболическая составляющая получается достаточно малой, и парабола может быть заменена своей касательной (рис. 11), которая и использовалась в дальнейшем для определения r_0 и v_0 . Значения параметров для точек 1, 2, 3, 4 и 5 рис. 11 приведены в таблице.

¹⁾ Магнитная запись представляет известные удобства для хранения и обработки материала. Однако магнитофон может вносить значительные ошибки. Для исключения этих ошибок было проведено несколько сеансов измерения частоты прямо по принятым колебаниям с выхода приемника, минуя магнитофон.

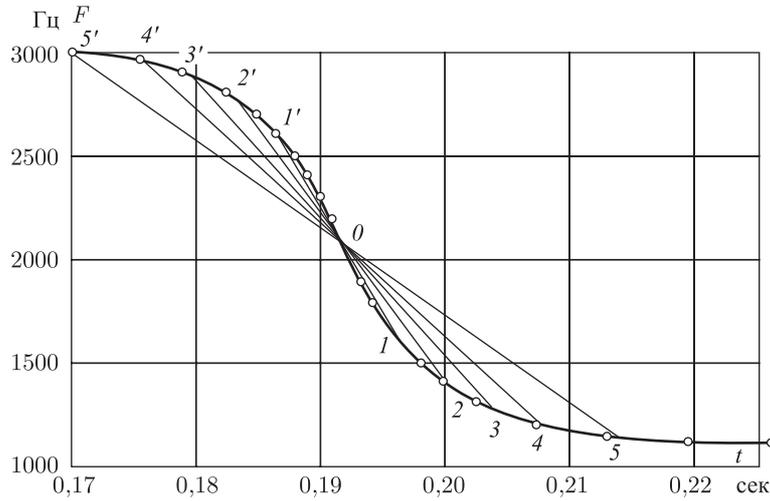


Рис. 10. Изменение принимаемой частоты во время сеанса 10 октября 1057 г.,
 $t_0 = 00.19.11$ ($v_0 = 7,5 \sqrt{\frac{30,3 \times 10^2}{28,5 \times 10^{-4}}} = 7740$ м/сек; $r_0 = 7740 \sqrt{30,3 \times 10^2} = 427 \times 10^3$ м)

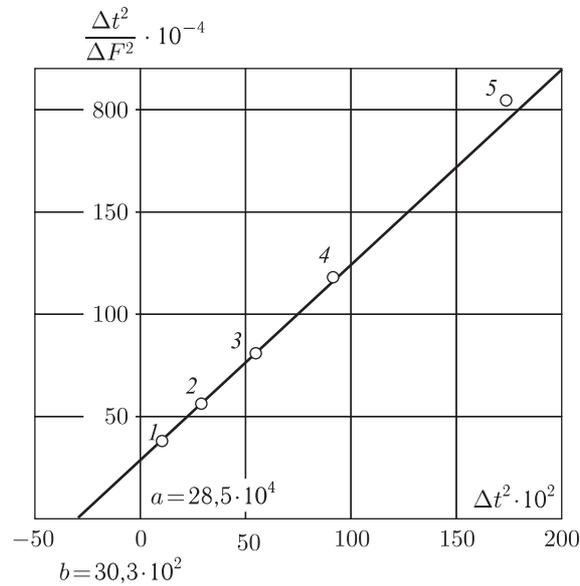


Рис. 11. Влияние кривизны траектории при определении r_0 и v_0

Таблица

№точек	$2\Delta t$	$2\Delta F$	$\Delta t \cdot 10^2$	$\frac{\Delta t^2}{\Delta F^2} \cdot 10^{-4}$
1	63,5	1025	10,1	38,2
2	108,5	1440	29,5	56,7
3	148	1630	55	82,5
4	192,5	1755	92,5	120
5	263	1830	173	207

7. Точность определения параметров по эффекту Доплера

Точность определения времени максимального приближения на кривой оценивалась по разбросу точек, соответствующих 10–15 секундам, проведенным под различным наклоном к горизонтальной оси. Среднеквадратичное отклонение точек пересечения кривых секущими составило $\pm(0,2 \div 0,4)$ сек для наклонных дальностей $250 \div 500$ км и до ± 1 сек на дальностях порядка 1000 км.

Точность определения скорости v_0 на орбите оценивалась сравнением экспериментально найденных значений отдельно для восходящих и нисходящих витков. Отклонения скорости оказались в пределах $\pm 3\%$ для малых и средних дальностей и несколько выше для больших. Наклонная дальность r_0 максимального приближения определяется примерно с той же точностью.

Дальнейшее повышение точности определения параметров можно получить увеличением частоты передатчика с целью уменьшения влияния ионосферы или исключением этого влияния при одновременном наблюдении на двух частотах и внесением поправок на неравномерность и непрямолинейность движения, исходя из приближенного знания орбиты. Улучшение привязки кривых к точному времени и использование более совершенных схем измерения частоты принимаемого колебания также позволит уточнить результаты.

Для проверки потенциальных возможностей метода был проделан эксперимент, состоящий в том, что принимаемые от спутника колебания смешивались со стабильными колебаниями опорной частоты, и полученные нулевые биения записывались шлейфовым осциллографом на киноленту. На рис. 12 изображен участок осциллограммы, соответствующий совпадению частот принимаемого и опорного колебаний. Записывая на осциллограмме одновременно метки времени, можно, используя симметрию кривой биений, установить момент равенства частот. Судя по приводимому снимку, точность фиксации момента совпадения частот может достигать сотых долей секунды. В описанной схеме получается большой выигрыш в помехоустойчивости благодаря

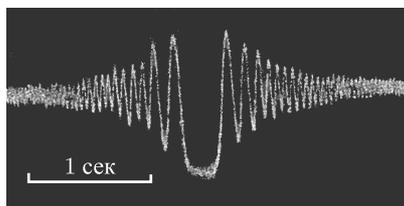


Рис. 12. Кривая биений на выходе фазового детектора

применению на входе шлейфового осциллографа фильтра низких частот, полоса которого может быть сокращена до нескольких герц.

Заключение

Наблюдения за сигналами первых искусственных спутников Земли показывают, что эффект Доплера с успехом может использоваться для определения параметров их орбиты. В зависимости от удаления орбиты от приемного пункта точность определения времени прохождения минимального расстояния составляла $0,2 \div 1$ сек, а скорость и наклонная дальность определялись с точностью порядка $3 \div 5$ %. Более точная привязка кривых изменения частоты во времени и использование схем автоматического измерения частоты, очевидно, позволит снизить аппаратные ошибки до сотых долей секунды.

Институт радиотехники
и электроники АН СССР

Поступила в редакцию 11 IV 1958